LEY DE OHM

The art of electronics (Paul Horowitz
Winfield Hill)

Triángulo de Ohm



$V = I R$
$I = \frac{V}{R}$
$R = \frac{V}{I}$



$P = V \cdot I$ si $V = I R$, $P = I^2 R$
$V = \frac{P}{I}$
$I = \frac{P}{V}$

P -> Potencia (Vátios, W)
V -> Voltaje, (Volts, V)
I -> Intensidad (Amperios, A)
R -> Resistencia (Ohmios, Ω)

Múltiplos de unidades

10^{12}	Tera (T)	10^{-3}	mili (m)
10^{9}	Giga (G)	10^{-6}	micro (μ)
10^{6}	Mega (M)	10^{-9}	nano (n)
10^{3}	kilo (K)	10^{-12}	pico (P)

Ejemplo: $10 k\Omega$ = 10 kilo ohmios ($10 \cdot 10^3 = 10000\,\Omega$)

$5 \mu F$ = 5 micro faradios ($5 \cdot 10^{-6} = 0'000005 F$).

Voltaje nominal (RMS): $\frac{1}{\sqrt{2}} V_{P-P}$
Voltaje pico a pico (V_{P-P}): $V_{RMS} \cdot \sqrt{2}$ (Sólo AC)

Voltaje

- El voltaje entre dos puntos es el coste de energía (o trabajo) requerido para mover una carga positiva desde el punto más negativo, al punto más positivo. El punto más positivo tiene mayor potencial, y el más negativo menor potencial. La diferencia de potencial es lo que mueve esa carga.

Por éste motivo, a veces al voltaje se le denomina "diferencia" o "fuerza electromotriz" (EMF).

- Un julio (J) de trabajo puede mover un culombio (C) de carga a través de la diferencia de potencial I-V.

- El culombio (C) es la unidad de carga eléctrica, $1 C \approx 6 \cdot 10^{18}$ electrones.

Corriente eléctrica (I)

- La corriente es el flujo de electrones (o carga eléctrica) a través de un punto. Una corriente de 1 amperio (1A) equivale a un culombio (1C) de carga por segundo.

  $1 A = 1 C \cdot s$

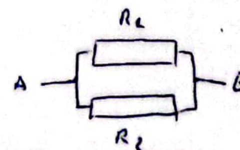
- Por convención, la corriente de un circuito fluye de un punto positivo a un punto negativo. Aunque en la realidad, el flujo de electrones fluye en el sentido opuesto.

Importante: Por éstas definiciones, se asume que la corriente fluye a través de un conductor, y los voltajes se aplican (o aparecen) a través del conductor, ya que es una fuerza o un trabajo. Siempre nos referimos al voltaje entre dos puntos o a través de dos puntos. Y a la corriente a través de un punto o elemento.

Regla de la corriente de Kirchoff's (KCL)

- La suma de las corrientes en un punto del circuito es igual a la suma de las corrientes a la salida del circuito. Ley de conservación de la carga.

- Los circuitos en paralelo tienen el mismo voltaje a través de ellos. La suma de las caídas de tensión de A a B en una de las ramas del circuito es igual a las del resto, y es el voltaje entre A y B.



$V_{AB\,R_1} = V_{AB\,R_2} = V_{AB}$

- La potencia consumida por un circuito es $P = VI$. Esto es, $\left(\frac{energía}{carga}\right) \times \left(\frac{carga}{tiempo}\right)$. Para V en voltios e I en amperios, la potencia sale en vátios (W). Un vátio es un julio por segundo ($1 W = 1 J/s$). De modo que la corriente circulando por una bombilla de 60W a 120V es de $I = \frac{60}{120} = 0'5 A$.

• La potencia eléctrica se transforma en calor, u otras formas de energía (Trabajo mecánico en motores, radiativa en lámparas o transmisores, almacenada en baterías...).

Resistencia

• Es la resistencia que ofrece un elemento del circuito (conductor, componente, etc) al paso de la corriente.

$$R = \frac{V}{I}, \ R \text{ en ohmios } (\Omega)$$

• A mayor sea la intensidad, menor es la resistencia. Cuando la intensidad tiende a 0, la resistencia tiende a infinito ($\lim_{I \to 0^+} \frac{V}{I} = \infty$). Y lo opuesto ocurre con el voltaje.

Circuitos resistivos

• Resistores en serie



$R = R_1 + R_2$

$V = I \cdot R$

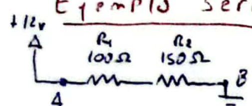
$V_{R_1} = I \cdot R_1$

$V_{R_2} = I \cdot R_2$

$I_{AB1} = I_{R_1R_2} = I_{AB}$

$V_{AB} = I \cdot (R_1 + R_2) \quad I \cdot R_{AB}$

Ejemplo serie:



$I_{AB} = \frac{12}{250} = 0'048 \text{ A}$

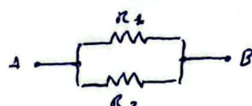
$R_{AB} = 100 + 150 = 250 \ \Omega$

$V_{R1} = 0'048 \cdot 100 = 4'8 \text{ V}$

$V_{R2} = 0'048 \cdot 150 = 7'2 \text{ V}$

$V_{AB} = 0'048 \cdot 250 = 12 \text{ V}$

• Resistores en paralelo



$V_{R1} = V_{R2} = V_{AB}$

$$R = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

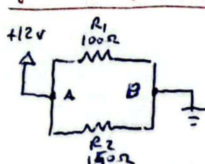
$I_{\vec{R1}} = \frac{V}{R_1}$

$I_{\vec{R2}} = \frac{V}{R_2}$

$I_{AB} = I_{\vec{R1}} + I_{\vec{R2}}$

Por la ley de conservación de Kirchoff.

Ejemplo paralelo:



$I_{\vec{R1}} = \frac{12}{100} = 0'12 \text{ A}$

$I_{\vec{R2}} = \frac{12}{150} = 0'08 \text{ A}$

$V_{R_1} = V_{R2} = V_{AB} = 12 \text{ V}$

$$R_{AB} = \frac{1}{\frac{1}{100} + \frac{1}{150}} = \frac{1}{\frac{150+100}{15000}} = \frac{15000}{250} = 60 \ \Omega$$

$I_{salida} = 0'12 + 0'08 = 0'20 \text{ A} = I_{entrada}$

Ley de conservación de la energía de Kirchoff.

Si $V = 12$v y $R_{AB} = 60\Omega$, $I_{entrada} = I_{salida} = \frac{12}{60} = 0'2$ A

Si $I_{\vec{R1}} = 0'12$ A y $I_{\vec{R2}} = 0'08$ A, entonces:

$I_{salida} = I_{\vec{R1}} + I_{\vec{R2}} = 0'12 + 0'08 = 0'2 \text{ A} = I_{entrada}$

Por tanto, se cumple la ley de conservación.

Prueba de la formula de las resistencias paralelas

En un circuito paralelo con n resistencias paralelas, el voltaje en cada R es constante. Si el circuito tiene dos extremos A y B, el voltaje de ~~cada~~ R es el voltaje en AB.

Siendo la intensidad que circula por cada resistencia R_i la división $\frac{V}{R_i}$, la ~~resistencia~~ intensidad del circuito es:

$$R = \frac{V}{\frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \dots + \frac{V}{R_n}} \qquad \text{Ya que } R = \frac{V_{AB}}{I_{AB}} = \frac{V_{AB}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{V}{R_i}}.$$

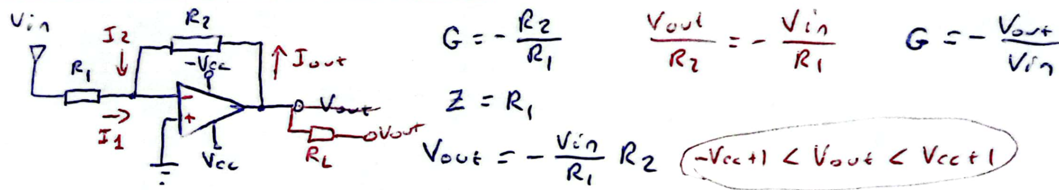
Como cada fracción es un ratio, se puede simplificar diciendo que V es igual a 1, y el resultado es el mismo.

$$R = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}}$$

La fracción de abajo se puede sumar usando la técnica de la multiplicación cruzada $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$, de modo que $R = \frac{1}{\frac{R_1 + R_2 + \dots + R_n}{R_1 R_2 \cdot (\dots) \cdot R_n}}$. La recíproca de una fracción es la fracción con numerador y denominador invertidos. De modo que:

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot (\dots) \cdot R_n}{R_1 + R_2 + \dots + R_n} = \frac{\prod_{i=1}^{n} R_i}{\sum_{i=1}^{n} R_i}$$

Amplificador Operacional



$G = -\frac{R_2}{R_1}$ $\frac{V_{out}}{R_2} = -\frac{V_{in}}{R_1}$ $G = -\frac{V_{out}}{V_{in}}$

$Z = R_1$

$V_{out} = -\frac{V_{in}}{R_1} R_2$ $(-V_{cc}+1 < V_{out} < V_{cc}+1)$

$G \to -\infty$ cuando $R_2 \to \infty$, $G \to 0$ cuando $R_1 \to \infty$.

¡Ojo a la corriente!

$I_{out} = -\frac{V_{in}}{R_1^2} R_2$

$I_{out} = G \frac{V_{in}}{R_1}$

I_{out} no debe exceder la corriente máxima operacional de cortocircuito (Aprox. 25mA para el LM741). Hay que ajustar R_1 y R_2 acorde a la corriente de salida y la ganancia.

Recomendado: $I_{out} < I_{max} - 10^{-3}$

Cálculo de las resistencias

Si $G = 1$, $R_1 = R_2$

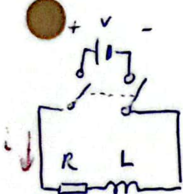
$I_{out} = -\frac{V_{in}}{R_1^2} R_1 = -\frac{V_{in}}{R_1}$ $R_1 = \left|\frac{V_{in}}{I_{out}}\right|$.

Si $G \neq 1$, $R_2 = m R_1$ $m \in \mathbb{R}$ (m es un múltiplo de R_1) $m = G$

$I_{out} = -\frac{V_{in}}{R_1^2} m R_1$ $R_1 = \left|\frac{V_{in}}{I_{out}} m\right|$ $(m \neq 0)$ $R_2 = m R_1$

Hay que escoger I_{out} y m deseados de acuerdo con la intensidad de salida deseada y la ganancia deseada respectivamente.

Circuito RL



$V = \frac{R}{I}$

i: Corriente (A)
t: tiempo (s)

$$L\frac{di}{dt} + Ri = V$$

- El interruptor está cerrado en $t=0$. ¿Cómo fluirá la corriente en función del tiempo?

La ecuación $L\frac{di}{dt} + Ri = V$ es una ecuación diferencial de primer orden. Para resolverla, reescribimos la ecuación en forma $\frac{di}{dt} + P(x)\,i = Q(x)$:

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{V}{L}$$ Dividiendo ambos lados por L obtenemos $\frac{di}{dt} + P(x)i = Q(x)$.

$P(x) = \frac{R}{L}$, $Q(x) = \frac{V}{L}$. Calculamos $v(x)$ usando $V(x) = e^{\int P(x)\,dx}$

$$V(x) = e^{\int \frac{R}{L}dt} = e^{\frac{R}{L}\int dt} = e^{\frac{R}{L}t}$$

Continuamos resolviendo la ecuación multiplicando ambos lados por $V(x)$:

$$e^{\frac{R}{L}t}\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}e^{\frac{R}{L}t}i = \frac{V}{L}e^{\frac{R}{L}t}$$ $V(x)\frac{dY}{dx} + P(x)V(x)Y = V(x)Q(x)$

$$\int\left(\frac{d}{dt}\left(\frac{R}{L}e^{\frac{R}{L}t}i\right)\right)dt = \int\left(\frac{V}{L}e^{\frac{R}{L}t}\right)dt$$ $\frac{d}{dx}(V(x)\cdot Y) = V(x)Q(x)$

$$\frac{R}{L}e^{\frac{R}{L}t}i = \int\frac{V}{L}e^{\frac{R}{L}t}dt = \frac{V}{L}e^{\frac{R}{L}t} + C$$ $V(x)Y = \int V(x)Q(x)$

$$\frac{\frac{R}{L}e^{\frac{R}{L}t}i}{\frac{R}{L}e^{\frac{R}{L}t}} = \frac{\frac{V}{L}e^{\frac{R}{L}t}}{\frac{R}{L}e^{\frac{R}{L}t}} + \frac{C}{e^{\frac{R}{L}t}}$$ $Y = \frac{1}{V(x)}\int V(x)Q(x)$

$$i = \frac{L}{R}\frac{V}{L} + \frac{C}{e^{\frac{R}{L}t}} = \frac{V}{R} + Ce^{-\frac{R}{L}t}$$

- Para la solución inicial $i(0)=0$:

$$Ce^{-\frac{R}{L}t} = -\frac{V}{R}, \quad C = -\frac{V}{R}\frac{1}{e^{-\frac{R}{L}t}} = -\frac{V}{R}e^{\frac{R}{L}t}$$

$$i = \frac{V}{R} + \left(-\frac{V}{R}e^{\frac{R}{L}t}\right)e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{V}{R} - \frac{V}{R}e^{-\frac{R}{L}t}$$

$e^{-\frac{R}{L}t}\cdot e^{\frac{R}{L}t} = \frac{1}{e^{\frac{R}{L}t}}e^{\frac{R}{L}t} = 1$

$-\frac{V}{R}\cdot e^{-\frac{R}{L}t} = -\frac{V}{R}e^{-\frac{R}{L}t}$

Problema de valor inicial

$\frac{dy}{dt} = ky$ $\quad y = y_0$ cuando $t = 0$

$\frac{1}{y}\frac{dy}{dt} = k \Rightarrow \int \frac{1}{y}\frac{dy}{dt}dt = \int k\,dt \rightarrow \ln|y| = kt + C$

$e^{\ln|y|} = e^{kt+C} \rightarrow |y| = e^{kt+C} \rightarrow |y| = e^{C} \cdot e^{kt} \rightarrow y = \pm e^{C} \cdot e^{kt}$

siendo $A = \pm e^{C}$, $y = Ae^{kt}$

Reemplazando t por 0 según la condición inicial:

$y = Ae^{k0} = A$

Como $y = A$, y $y = y_0$ según la condición inicial, $A = y_0$. Por tanto:

$y = y_0 e^{kt}$ (solución ~~general~~ particular)

Fuerza = masa · aceleración, $F = m\frac{dv}{dt}$

m = masa
v = velocidad
k = Carga de resistencia

Si la resistencia es proporcional a la velocidad, tenemos:

$m\frac{dv}{dt} = -kv$ o $\frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m}v$ $(k > 0)$

La condición inicial es $v = v_0 e^{-\frac{k}{m}t}$ cuando $t = 0$

$\frac{1}{v}\frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m} \Rightarrow \int \frac{1}{v}\frac{dv}{dt}dt = -\int \frac{k}{m}dt \Rightarrow \ln|v| = -\frac{k}{m}t + C$

$|v| = e^{-\frac{k}{m}t + C} \Rightarrow |v| = e^{C}e^{-\frac{k}{m}t} \rightarrow v = \pm e^{C}e^{-\frac{k}{m}t}$

$v = Ae^{-\frac{k}{m}t}$ (solución general)

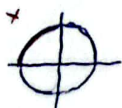
Siendo $t = 0$

$v = Ae^{-\frac{k}{m}(0)} = A$. Al igual que antes, $v = v_0$ y $v = A$, por tanto $A = v_0$.

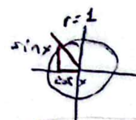
$v = v_0 e^{-\frac{k}{m}t}$ (solución particular)

Trigo

$\sin x = \frac{5}{13}$, encuentra $\cos x$ y $\tan x$ $\left(x \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]\right)$



El ángulo x se encuentra en el 2º cuadrante $\left(\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]\right)$.



$(\sin^2 x + \cos^2 x = 1)$

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
$\cos x = \sqrt{\sin^2 x + 1}$

$\cos x = \sqrt{\left(\frac{5}{13}\right)^2 + 1} = 0'92307$. Al estar en el 2º cuadrante, el coseno es negativo. Por tanto, $\cos x = -0'92307$.

$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = -\frac{\frac{5}{13}}{0'92307} = -0'416669$

El ángulo x es:

$\sin^{-1}\frac{5}{13} \approx 22'61986$

$\cos^{-1} 0'92307 \approx 22'6208$

$\tan^{-1} 0'416669 \approx 22'6199$

$90 + 22'6198 = 112'6198^{\circ}$